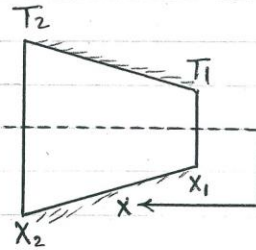


①

EX: The diagram shows a conical section fabricated from pyroceram ($K = 3.5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$). It is of circular cross section with the diameter $D = ax$, where $a = 0.25$. The small end is at $X_1 = 50 \text{ mm}$ and the large end at $X_2 = 250 \text{ mm}$. The end temperatures are $T_1 = 400 \text{ K}$ and $T_2 = 600 \text{ K}$, while the lateral surface is well insulated.

1- Drive an expression for the temperature distribution $T(x)$ in symbolic form, assuming one-dimensional conditions.

2- calculate the heat rate through the cone.



Data: Variable area in the heat flow direction

$$K = 3.5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$$

$$D = a \cdot x ; a = 0.25$$

$$X_1 = 50 \text{ mm} , X_2 = 250 \text{ mm}$$

$$T_1 = 400^\circ\text{C} , T_2 = 600^\circ\text{C}$$

Req: ① Expression for temperature distribution $T(x)$

② Q heat rate between cone two ends.

Soln For conduction heat transfer under steady state, one dimensional condition without heat generation

$$\rightarrow Q_x = -KA \frac{dT}{dx} \quad \text{where } A = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\pi}{4} a^2 \cdot x^2$$

$$Q_x = -K \cdot \frac{\pi}{4} \cdot a^2 \cdot x^2 \cdot \frac{dT}{dx}$$

فصل المتغيرات

$$\frac{4 \cdot Q_x}{\pi \cdot a^2} \cdot \frac{dx}{x^2} = -K \cdot dT \quad \text{where } Q_x = \text{const}$$

بالنظر إلى المعادلة $x \leftarrow x_1$ و $x \leftarrow x_2$ ، فإن $T \leftarrow T_1$ و $T \leftarrow T_2$ ، حيث $T_1 = 400^\circ\text{C}$ و $T_2 = 600^\circ\text{C}$ ، و $x_1 = 50 \text{ mm}$ و $x_2 = 250 \text{ mm}$ ، و Q_x ثابت.

والتكامل بين x_1 و x_2 ، و T_1 و T_2 ، نحصل على:

$$\frac{4 \cdot Q_x}{\pi \cdot a^2} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2} = -K \int_{T_1}^{T_2} dT$$

②

$$\frac{4 \cdot Q_x}{\pi \cdot a^2} \left(-\frac{1}{x} + \frac{1}{x_1} \right) = -K (T - T_1)$$

$$-\frac{4 \cdot Q_x}{\pi \cdot a^2 \cdot K} \left(-\frac{1}{x} + \frac{1}{x_1} \right) = T - T_1 \quad \text{where } T = T(x)$$

$$T(x) = T_1 - \frac{4 \cdot Q_x}{\pi a^2 \cdot K} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x} \right) \rightarrow \textcircled{I}$$

$$\therefore \text{ at } x = x_2 \Rightarrow T = T_2$$

بالعوض في المعادلة \textcircled{I} نجد Q_x

$$T_2 = T_1 - \frac{4 \cdot Q_x}{\pi a^2 \cdot K} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$$

$$\Rightarrow Q_x = (T_1 - T_2) \cdot \frac{\pi a^2 \cdot K}{4} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)}$$

بالعوض في المعادلة \textcircled{I} نجد $T(x)$

$$T(x) = T_1 - \frac{4}{\pi a^2 \cdot K} \cdot (T_1 - T_2) \cdot \frac{\pi a^2 \cdot K}{4} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)} \cdot \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x} \right)$$

$$T(x) = T_1 + (T_1 - T_2) \cdot \frac{\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x_1} \right)}{\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)}$$

The heat rate through the cone $Q(x)$

$$Q_x = (T_1 - T_2) \cdot \frac{\pi a^2 \cdot K}{4} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)}$$

$$= (400 - 600) \cdot \frac{\pi \cdot (0.25)^2 \cdot 3.5}{4} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{0.05} - \frac{1}{0.25} \right)}$$

$$Q_x = -2.14757 \text{ Watt}$$

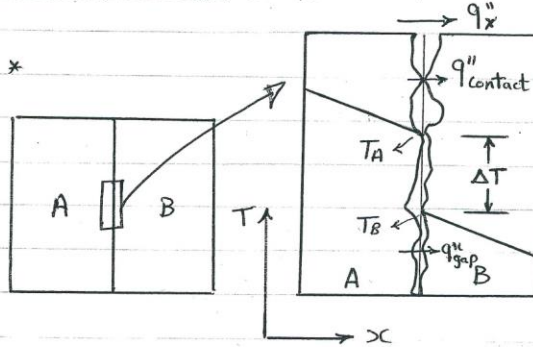
③

معامل التوصيل الحراري

* Thermal conductivity (K): The ability of a material to conduct the heat energy.
 هو مقدرة المادة على نقل وتوصيل الطاقة الحرارية

* Thermal contact resistance ($R_{t,c}$): المقاومة الحرارية عند الاتصال بين السطحين

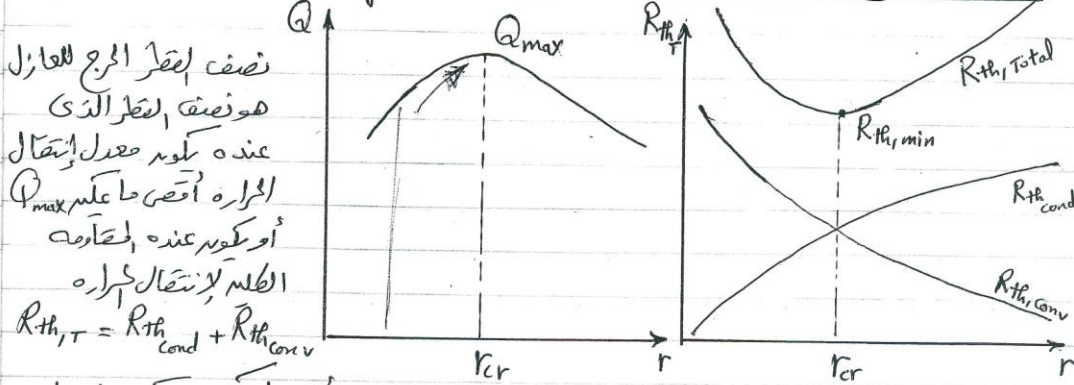
* عند سطح الاتصال بين مادتين خلال جدار مركب إذا كان بين السطحين فراغات مثلاً مقاومة مختلف مقاومة كل مادة معزولة تعرف بمقاومة الاتصال وتسمى حدوث انخفاض في درجة الحرارة فجأة عند سطح الاتصال



ΔT : The temperature drop due to Thermal contact resistance

$$R_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q''} = \frac{1}{h_c \cdot A_c}$$

* Critical radius of insulation (r_{cr}) نصف قطر المرجح للعازل للإسطوانة أو الكرة



نصف قطر المرجح للعازل هو نصف القطر الذي عنده يكون معدل انتقال الحرارة أقصى ما يمكن Q_{max} أو يكون عند المقاومة الكلية لانتقال الحرارة

$$R_{th,T} = R_{th,cond} + R_{th,conv}$$

أقل ما يمكن ومعدل العزل

فعال (effective) إذا كان $r_o > r_{cr}$ ويكون العزل غير فعال (not effective) إذا كان $r_o < r_{cr}$ لأنه، فإن العزل سوف تسبب زيادة معدل انتقال الحرارة Q

$$r_{cr,cylinder} = \frac{k_{insul}}{h_o} \quad \text{and} \quad r_{cr,sphere} = \frac{2 k_{insul}}{h_o}$$

(4)

* Fin Effectiveness; (ϵ_{fin}):

$$\epsilon_{fin} = \frac{Q_{fin}}{Q_{without}} = \frac{\text{كمية الحرارة الفعلية المنتقلة من سطح الزعنفة مع العازل}}{\text{كمية الحرارة المنتقلة من المساحة التي تم تركيب الزعنفة عليها}}$$

$$\epsilon_{fin} = \frac{\sqrt{hPKAc} \cdot \theta_0 \cdot \tanh mL}{h Ac \cdot \theta_0} \Rightarrow \text{معادلات نوع الزعنفة} \quad (long \text{ and } thin)$$

* Overall effectiveness ($\epsilon_{fin, overall}$):

$$\epsilon_{fin, overall} = \frac{N \cdot Q_{fin} + Q_{main surface}}{Q_{without}} \quad \begin{array}{l} \text{كمية الحرارة الخارجة من سطح بعد} \\ \text{طرح مساحات الزعنفات} \end{array}$$

* What are the basics for choosing the thermal insulations?

ما هي الأساسيات لاختيار المواد العازلة

- ① التوصيلية الحرارية (K) الخاصة بالمادة العازلة
- ② سماكة المادة العازلة ③ أقصى درجة حرارة يمكن أن تتحملها المادة العازلة
- ④ ثبات المادة العازلة مع التفاعلات الكيميائية ⑤ تكلفة شراء وتثبيت المادة العازلة

* Difference between Thermodynamic and heat transfer.

- Thermodynamics give a macroscopic view for heat energy transmitted during the equilibrium state

الترموديناميك يعطي نظرة عامة (كاملة) للطاقة الحرارية التي تنتقل أثناء حالة الاتزان فقط.

- Heat transfer give a microscopic view for the process of heat energy transmitted during both transient and equilibrium state

انتقال الحرارة يعطي نظرة دقيقة (مفصلة) للطاقة الحرارية التي تنتقل أثناء حالتَي الاتزان و كذلك أثناء الفترة الانتقالية حيث لا يكون كالاتزان.

وبالتالي فانه Heat transfer يهتم بالطرق التي يتم بها انتقال الطاقة الحرارية وكذلك المساحة التي خلالها يتم انتقال الحرارة و معامل (E) الجدار الذي يحدث انتقال الحرارة خلاله.

(5)

* Fin efficiency (η_{fin}):

$$\eta_{fin} = \frac{\text{Actual heat transfer by fin}}{\text{Heat transfer from fin surface if we assume that the total fin surface at } T_o \text{ (base temperature)}}$$

$$\eta_{fin} = \frac{Q_{fin} \text{ actual}}{Q_{fin} \text{ max} \equiv Q_{fin} \text{ ideal} = h A_{fin, total} (T_o - T_\infty)}$$

* What is the lumped system analysis? When is it applicable

هو طريقة لتبسيط تحليل (درا) انتقال الحرارة بالتوصيل الغير مستقر وفيها تكون درجة الحرارة للجسم دالة في الزمان فقط

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-\frac{h A_s}{\rho V c} \tau} \quad T = f(t)$$

دعكم تطبيقاً واستدلوا كل الأنظمة الغير مستقرة عندنا تكون

$$Bi = \frac{h \times L_c}{K} < 0.1$$

أو عندنا تكون
① حجم الجسم صغير، مساحة السطح كبيرة

② التوصيل الحراري لمادة الجسم عالي جداً

③ معامل انتقال الحرارة بالحمل بين الجسم والوسط صغير

ملاحظة: الأجسام الصلبة ذات معامل توصيل حراري عالي (K) ومعامل انتقال الحرارة بالحمل المنخفض هي الأكثر احتمالاً لتحقيق متطلبات (معايير) طريقة "lumped system analysis"

⑥ *unsteady conduction H.T

* Fourier number (Fo) $\approx (\tau)$: Dimensionless time

$$Fo = \frac{\alpha \cdot \tau}{L_c^2} \quad \text{where} \quad \alpha = \frac{k}{\rho \cdot c} \quad \downarrow$$

معامل الانتشار الحراري
Thermal diffusivity

* Time constant (τ^*):

$$\frac{T(\tau) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = e^{-\frac{h A_s}{\rho V c} \cdot \tau}$$

$$\Rightarrow \tau^* (\text{Time constant}) = \frac{\rho V c}{h \cdot A_s}$$

Where

$$\tau^* \equiv \tau_t = \left(\frac{1}{h A_s} \right) \cdot (\rho V c) = R_t \cdot C_t$$

where R_t : مقاومة الانتقال الحراري بالحمل

C_t : The lumped thermal capacitance of the solid
السعة الحرارية للمادة (صلبة صلبة الكتلة)

وأي زيادة في R_t أو C_t سوف تزيد الزيادة في استجابة الجسم للتغيرات في الوسط المحيط (تغيرات حرارية) بطيئة جداً، وسوف تزيد زيادة الفترة الزمنية اللازمة للوصول إلى حالة التوازن الحراري بين الجسم والوسط المحيط ($\theta = T(\tau) - T_{\infty} = 0$)

وهذا مماثل لحالة انخفاضه (انحدار) الفولت في حالة تفريغ مكثف
فذلك مقاومة من دائرة كهربية "RC"